

BATTEMENTS

1

= Superposition de 2 signaux sinusoïdaux de fréquences PROCHES

(cf poly Baudouin)

Maths:

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

ω_1 et ω_2 proches.
($\omega_1 > \omega_2$)

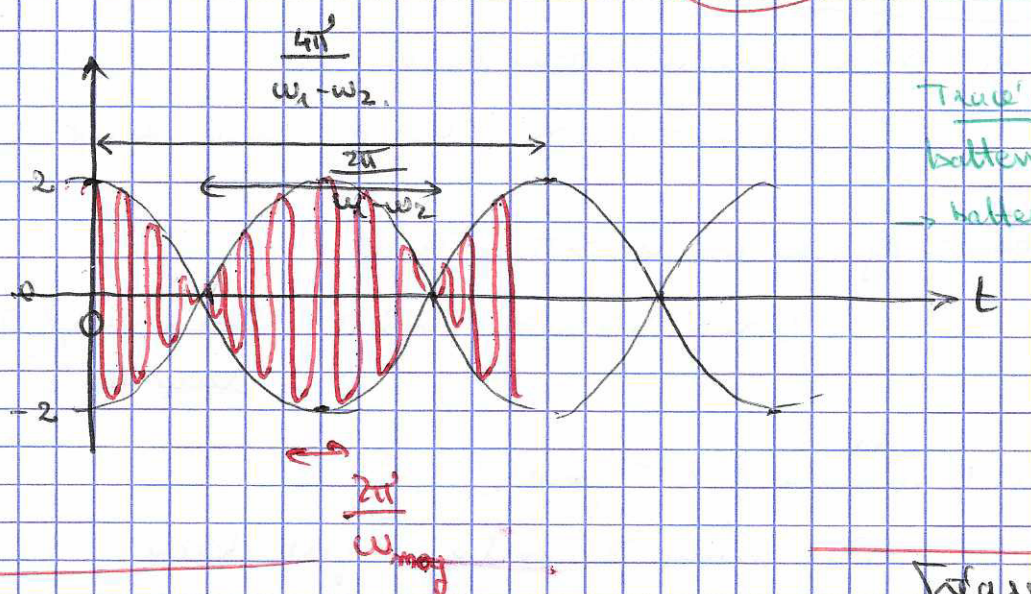
"petit" $\ll \omega_1, \omega_2$

= ω_{moy} proche de ω_1 et ω_2 .

$$\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t) = 2 \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$$

verif
"Pulsation"

verif
"vite"



Travail
battements.py
→ battements.png

Pulsation d'oscillation $\omega_{\text{moy}} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$

$$f_{\text{moy}} = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

Pulsation des battements $\omega_1 - \omega_2$

$$f_1 - f_2$$

→ exercice 1.

réponse d)

Audacity

batteries. aup

• Prendre la piste stéréo

(439 à gauche 443 à droite)

Bascule $G \longleftrightarrow D$

• Il y a aussi 2 pistes mono,

1 à 439

1 à 443

(muettes)

Fabrication du fichier :

Pistes > Ajouter Nouvelle > Mono Track

Générer > Toner > 439 Hz Sinus Ampl. 0,4
devant les

Pistes > Ajouter Nouvelle > Mono Track

Générer > Toner > 443 Hz Sinus Ampl. 0,4
derrière les

Dans le menu de la piste :

Piste audio > Tondre en piste stéréo

* (éventuellement recommencer avec 439 et 441 ?)

* MAATP avec 1 diapason + Audacity ?

2 diapasons légèrement désaccordés ?

PROPAGATION - ONDES. (à 1D)

Onde progressive : $y(x,t) = f(t - \frac{x}{c})$ (ou $f(x - ct)$)

OPP1. gif

(se propage à c vers $+\vec{e}_x$)

$y(x,t) = g(t + \frac{x}{c})$ (ou $g(x + ct)$)

OPP2. gif

(se propage à c vers $-\vec{e}_x$)

Déjà vu
en PCSI

→ exercice 2

réponse c)

ondes progressives

Deux se propagent en sens inverses
peuvent se superposer :

$$y(x,t) = f(t - \frac{x}{c}) + g(t + \frac{x}{c})$$

(vers
 $+\vec{e}_x$)

(vers
 $-\vec{e}_x$)

OPP3. gif

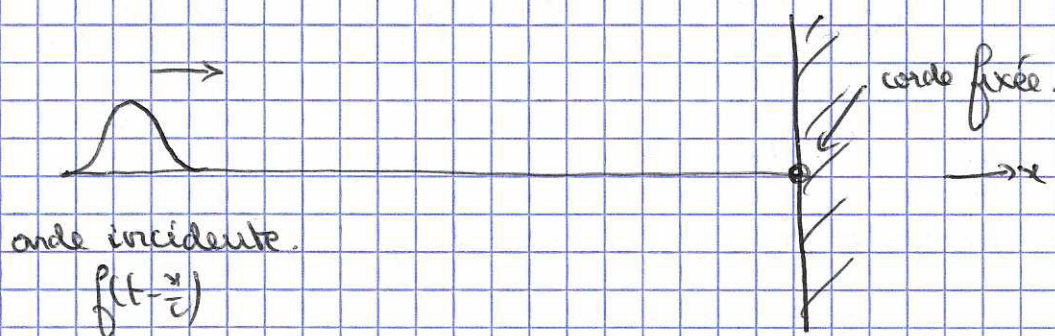
Se superposent sans se déformer
↔ Phénomène LINÉAIRE

Quel phénomène simple peut créer l'onde $g(t+\frac{x}{c})$?

La RÉFLEXION de l'onde $f(t-\frac{x}{c})$

↑
onde incidente.

Ex sur une corde:



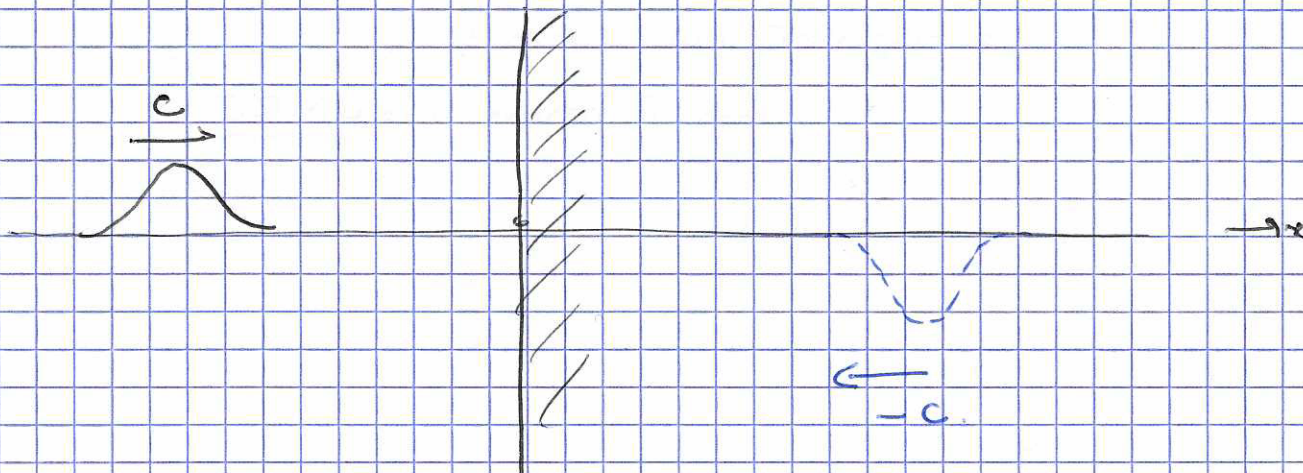
Que vaut l'onde réfléchiée?

Ça ne peut être qu'une onde

- se propageant vers $-\vec{e}_x$
- à la célérité c

- telle que $f(t-\frac{x}{c}) + g(t+\frac{x}{c}) = 0 \quad \forall t$
au point où la corde est fixée

"photo" à t



OTR incidente $g(t)$

OTR réfléchiée $g(t)$

Rq: cela peut s'écrire mathématiquement

le + simple: prendre $x=0$ au niveau des mm.

On veut $f(t) + g(t) = 0 \quad \forall t \rightarrow g = -f.$

Or $y(x,t) = f(t - \frac{x}{c}) + g(t + \frac{x}{c})$

$$= f(t - \frac{x}{c}) - f(t + \frac{x}{c})$$

sym
fonct./hor.
 $\downarrow$
 sym p.r. à $x=0$

MANIP CORDE

Exercice 3

• Bien comprise déjà la 1^{ère} figure.

- l'onde réfléchie est "renversée",

et arrive au bout de 2 μs .

- propagé aller et retour sur le câble: 2 μs
(OPT. réfléchi 2. giff).

• Se placer au milieu du câble.

$\rightarrow$ réponse a)

Onde progressive harmonique :

lorsque la fonction f est sinusoidale.

ex $f(x) = A \cos(\omega x + \varphi)$

$$\Rightarrow y(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) \\ = A \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi\right)$$

affine?
"fonction linéaire de
la position et du temps."

longueur d'onde = période spatiale

$$\left[d = \frac{2\pi}{\left(\frac{\omega}{c}\right)} = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{c}{f} \right]$$

→ OPPH 1. gtf

Ondes stationnaires.

S'obtiennent en fait par superposition
de 2 ondes progressives harmoniques

- de même période ω
- de même amplitude A
- se propageant en sens opposés

(bien sûr à vitesse c)

$$\rightarrow OS = OPPH + OPPH \cdot g.f$$

Traçons :

$$A \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) + A \cos\left(\omega\left(t + \frac{x}{c}\right)\right)$$

$$= 2A \cos\left(\omega t + \frac{\varphi + \varphi}{2}\right) \cos\left(2\frac{\omega}{c}x + \frac{\varphi - \varphi}{2}\right)$$

$$= 2A \cos\left(\frac{\omega}{c}x\right) \cos(\omega t)$$

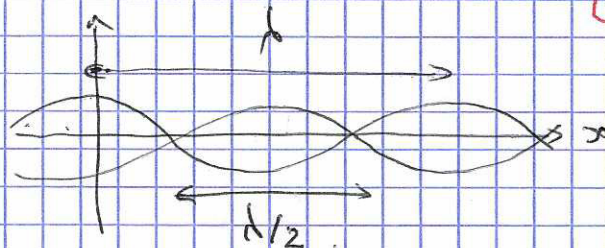
l'amplitude
dépend de x .

Noeuds : là où ce terme vaut 0

Ventres : là où ce terme vaut ± 1 .

$$\lambda = 2\pi \frac{c}{\omega}$$

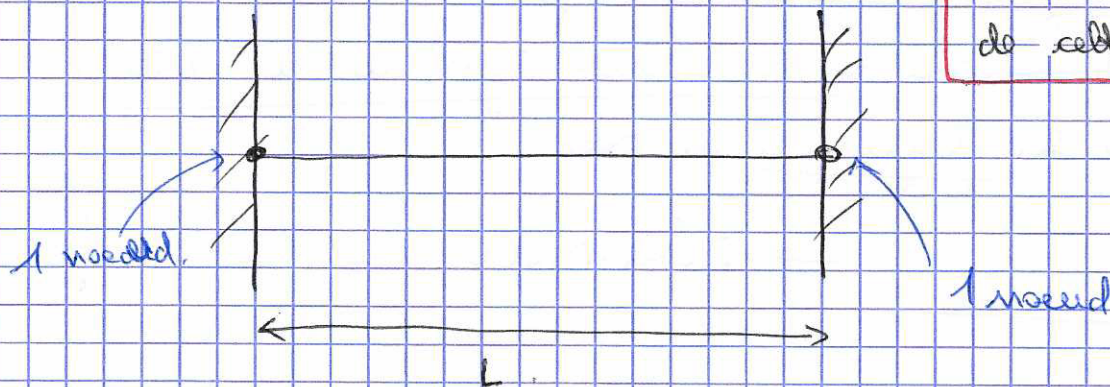
$$\rightarrow OS \cdot g.f$$



Exemple d'une corde fixée à ses 2 extrémités :

Les seules ondes harmoniques qui peuvent exister sous des ondes STATIONNAIRES

= **MODES PROPRES**
de cette corde.



$\Rightarrow$ Nécessairement, $L = n \frac{\lambda}{2}$ $n \in \mathbb{N}^*$

λ ne peut prendre que les valeurs $\lambda_n = \frac{2L}{n}$

f $f_n = \frac{c}{\lambda_n} = n \frac{c}{2L}$

ω $\omega_n = 2\pi f_n$

$\omega_n = n\pi \frac{c}{L}$ (Fréquences propres)

Col. spatiales $\Rightarrow$ quantification

(une infinité dénombrable)
 $\rightarrow$ cf Bohr

Modes propres $y_n(x,t) = \cos(\omega_n t + \varphi_n) \cos\left(\frac{\omega_n}{c} x + \psi_n\right)$ (amplitude 1)

Si $x=0$ et à l'extrémité $y_n(x,t) = \cos(\omega_n t + \varphi_n) \sin\left(\frac{\omega_n}{c} x\right)$

Toute vibration de la corde se décompose en modes propres.

$y(x,t) = \sum_{n=1}^{+\infty} A_n y_n(x,t)$

Se généralise à tout système physique fini,
à tout type d'ondes

moder-propre-ondes, fixes aux deux extrémités, ondes stationnaires, py

Et lorsque on excite un système à UNE
de ses fréquences propres.

→ RÉSONANCE

Exercices 4, 5, 6

mais qqs notions doivent être rappelés.

→ exercices 4, 5, 6

mais qqs notions doivent être rappelés.

Ondestransversales

La vibration est $\perp$
à la direction de
propagation

Corde.

~~Ressort~~

Ressort (TRANS)

Vagues.

Sismiques S

longitudinales

La vibration est $\parallel$
à la direction de propagation.

Ondes sonores.

Ressort. (TRANS)

Sismiques P

Autres ondes longitudinales /3 $\rightarrow$ OPP vers $\rightarrow$ 5 $\rightarrow$ $\angle$ $\parallel$ 4 $\rightarrow$ OPPH $\parallel$ $\parallel$

2 OS

1 OPPH vers $\vec{e_x}$

Célérité des ondes mécaniques

Transversale sur une corde

$$c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

T tension (N)

μ masse linéique (kg.m^{-1})

Sonore dans un gaz (purifié)

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}$$

$\frac{7}{5}$ 1,40 gaz diatomiques

$\frac{5}{3}$ 1,67 — monoatom.

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (\text{sans unité})$$

$$R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

M masse molaire (g.mol^{-1})

T température (K)

$\rightarrow \sim 343 \text{ m.s}^{-1}$ à 20°C

Sonores dans un solide

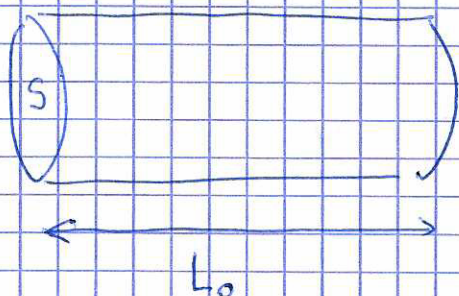
$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

E module d'Young (Pa)

ρ masse volumique (kg.m^{-3})

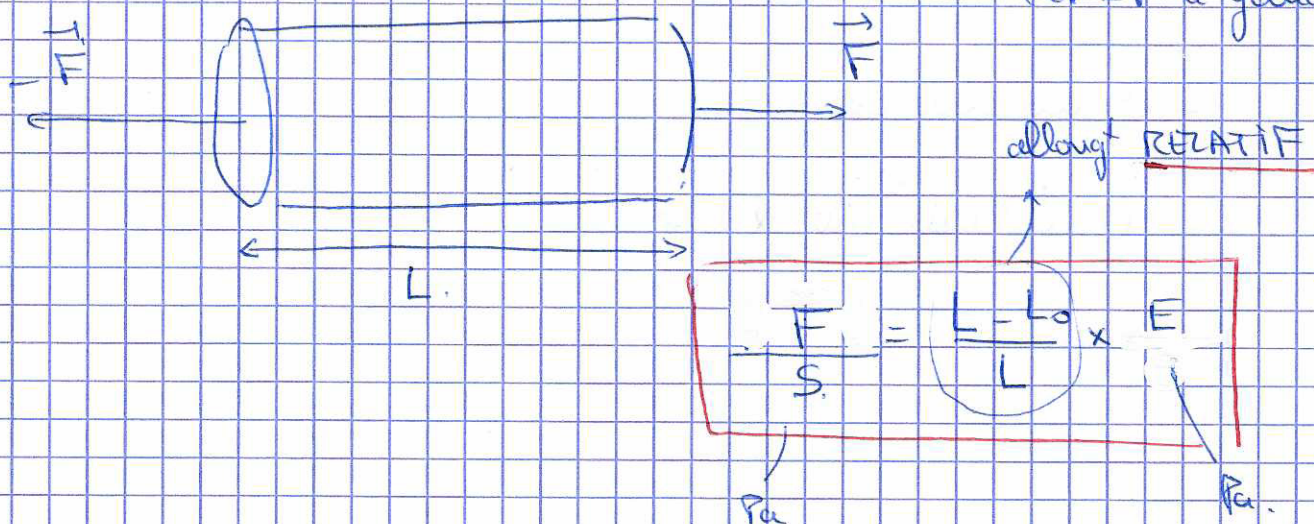
Module d'Young E

barreau solid.



On exerce une traction $\vec{F} \approx F \vec{e}_x$ à droite

(et $-\vec{F}$ à gauche)



(Algèbre)

valable aussi en compression

($F > 0$ extension
 $F < 0$ compression)

Puis E est grand, + le matériau est rigide

(Ordres grandeur :

Acier $\sim 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$

Bois $\sim 10^{10} \text{ Pa}$

Polymeres $\sim 10^9 \text{ Pa}$

Cautchouc $10^6 \text{ à } 10^8 \text{ Pa}$

Toutes les ondes mécaniques :

$$c \sim \sqrt{\frac{\text{rigidité}}{\text{densité}}}$$

+ le milieu est rigide, —

+ le milieu est dense, —

→ exercice 4

$$l = 3 \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{1}{f} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{1}{f} \sqrt{\frac{T l}{m}}$$

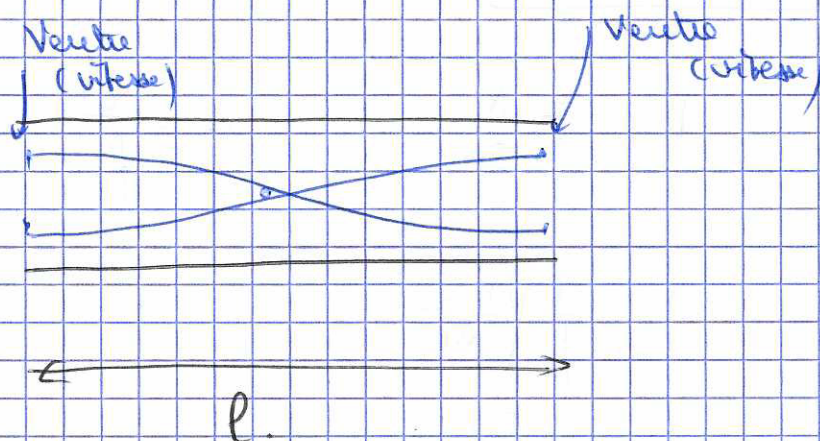
$$l = \frac{3}{2} \frac{1}{f} \sqrt{\frac{T l}{m}}$$

$$\sqrt{l} = \frac{3}{2} \frac{1}{f} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$\frac{2}{3} f \sqrt{l} = \sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$\frac{4 f^2}{9} l m = T \quad \rightarrow \text{réponse c)}$$

→ exercice 5

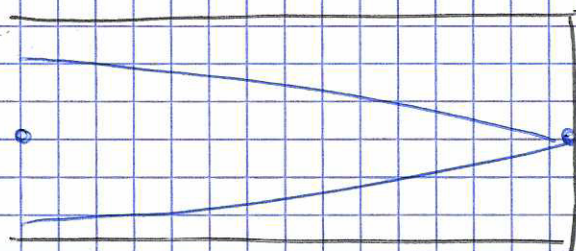


$$f_m = m \frac{c}{2l} = m \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$$

~~a~~ ~~b~~

d: revient à $l \rightarrow l/2$. ~~d~~

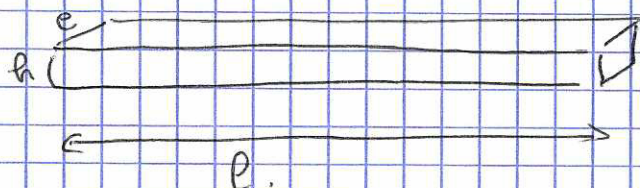
→ c, par élimination!



$$l = \frac{\delta}{4}$$

exercice 6.

9.



$$l = \frac{\lambda}{2}$$

$$l = \frac{1}{2} \frac{c}{f} = \frac{1}{2f} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$$l = 8,5 \text{ cm.}$$

Seems to be long for a watch -

→ it's not the device that is used

quartz - diapason . gif

~~diapason - quartz . gif~~

quartz - modes vibration . gif

Pourquoi 32 kHz ?

(en fait $32768 = 2^{16}$)

Effet Doppler (classique)

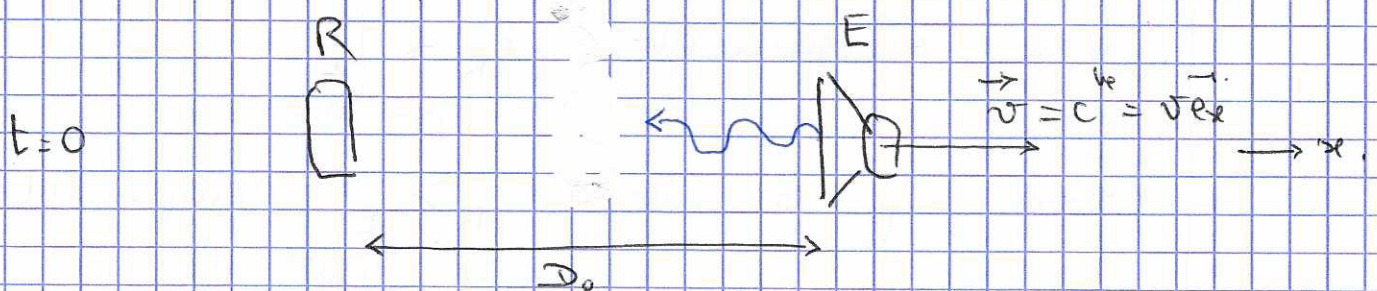
$$vitesse < c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

Se produit dès qu'il y a mouvement RELATIF
entre un émetteur E
et un récepteur R d'une onde.

Exemple:

E mobile
R fixe.

Ondes célérité c
(son par ex)



1^{er} max

emis à $t_{E_1} = 0$

reçu à $t_{R_1} = \frac{D_0}{c}$

2^{em} max

emis à $t_{E_2} = T_E$

reçu à $t_{R_2} = T_E + \frac{D_0 + vT_E}{c}$

3^{em} max

emis à $t_{E_3} = 2T_E$

reçu à $t_{R_3} = 2T_E + \frac{D_0 + 2vT_E}{c}$

Période d'émission T_E

Période de réception

$$T_R = T_E \left(1 + \frac{v}{c} \right)$$

ou, en fréquence,

$$f_E = p_R \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

$$f_r = \frac{f_{\text{E}}}{1 + \frac{v}{c}}$$

E mobile
R fixe

Recebuído

$v > 0$ Elongierung

$$f_R \leq f_E$$

(faster growth)

$v < 0$ растрескивание

$f_R > f_E$ (suppose $|v| < c$)
("flies right")

- o ~~Simulation~~ ^{ne fonctionne pas} ~~Castro~~ Bois (ou Tullone)
Cunier Nambet

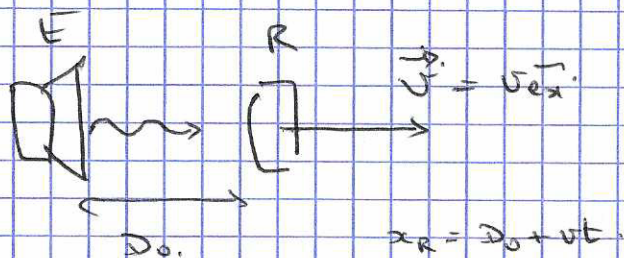
• (Substancia. mp4)

~~xxx~~ ϕ für Differenz oder ein Disparat

Il y a d'autres cas :

11

E fixe
R mobile



1^{er} max

$$t_{E1} = 0$$

$$x_E = ct$$

$$t_{R1} = \frac{D_0}{c-v}$$

2^{e}

$$t_{E2} = T_E$$

$$t_{R2} = \frac{D_0 + c T_E}{c-v}$$

son

$$x_S = c(t - T_E)$$

$$T_R = \frac{D_0 + c T_E}{c-v} - \frac{D_0}{c-v} = \frac{c}{c-v} T_E$$

~~$$T_R = \frac{D_0 + c T_E - D_0 c + D_0 v}{c(c-v)}$$~~

$$f_R = \frac{1}{1 - \frac{v}{c}}$$

$$f_R = (1 - \frac{v}{c}) f_E$$

$v > 0$ éloignement

$$f_R < f_E$$

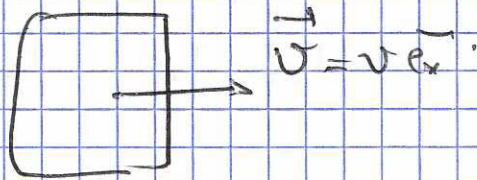
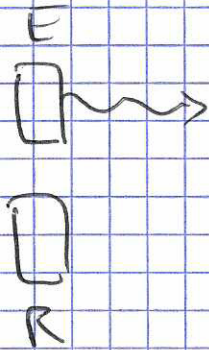
$v < 0$ rapprochement

$$f_R > f_E$$

Pq, si $|v| \ll c$,

les 2 formules donnent la même chose (D.L)!

E et R fixes
Réflexion sur un objet mobile.



$$f_R = \frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}} f_E$$

(en combinant les 2)

$v > 0$ éloignement
 $v < 0$ rapprochement

⚠ Si on onde sonore

— onde électromagnétique

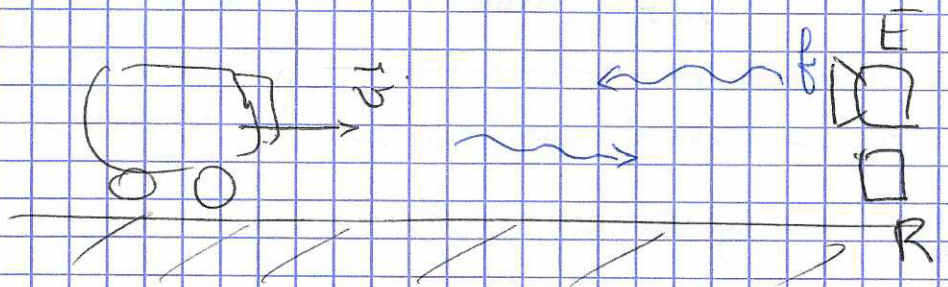
$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

($\sim 340 \text{ m.s}^{-1}$ dans l'air)

$$c \sim 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1} !$$

Exercice 7

12



f_E

$$f_R = f_E \frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} \approx f_E \left(1 + 2 \frac{v}{c}\right) > f_E$$

OK

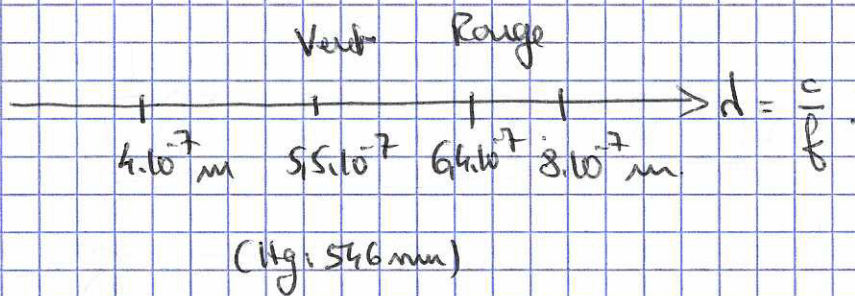
→ Qd on additionne Cas 2: battements,

$$f_{osc} = f_{moy} = f_E \left(1 + \frac{v}{c}\right) \approx f_E$$

$$f_{bat} = 2 f_E \frac{v}{c}$$

→ réponse a)

→ Exercice 8



On est dans le cas $\lambda_R = \left(1 + \frac{u^2}{c^2}\right) \lambda_E$

$$\lambda_R = \frac{\lambda_E}{1 + \frac{u^2}{c^2}} < \lambda_E \quad \text{OK}$$

$3 \cdot 10^{10} \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \rightarrow \lambda_R = 3 \cdot 10^{-2} \lambda_E$

$3 \cdot 10^8 \text{ — } \lambda_R = 0,78 \lambda_E \rightarrow \underline{\text{réponse b)}}$

Δ minutes

Exercice 9.

$$\lambda_0 = \frac{c}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{d\lambda_0}{\lambda_0} = - \frac{df}{f} \quad (\text{pour de toutes petites variations})$$

$d\lambda_0$, noté ici $\Delta\lambda$, est > 0

$$\Rightarrow df < 0$$

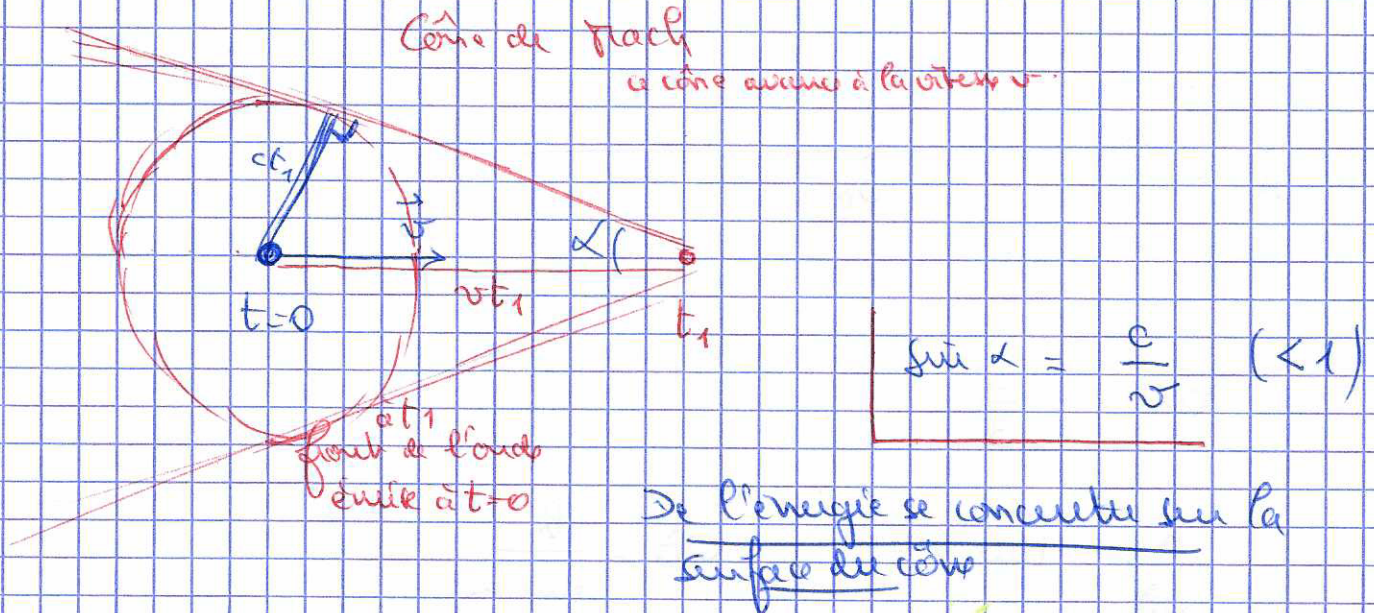
La fréquence perçue est plus petite que la fréquence émise.
c'est donc que l'étoile est en train de s'éloigner.

d'où $RV > 0$ à l'instant de la mesure.

Source sonore en mouvement supersonique — Cône de Mach

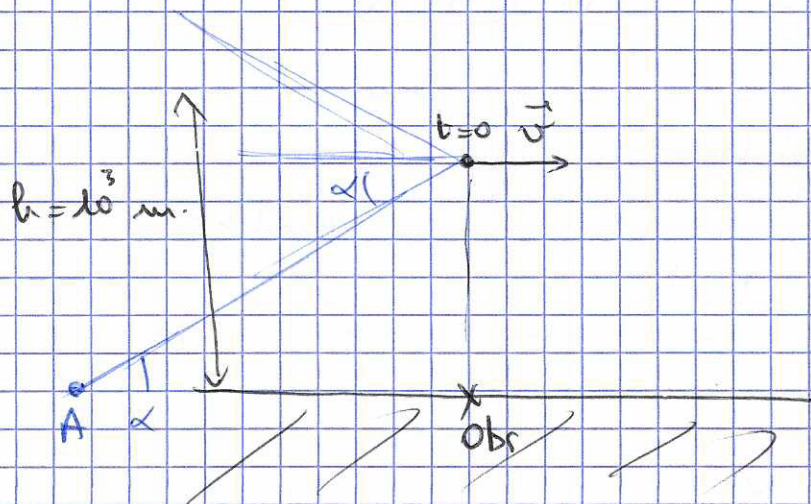
• Simule le castor

$$\|\vec{v}\| > c.$$



Plus la vitesse est élevée, plus l'angle est aigu

→ exercice 10



$$\sin \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\frac{h}{OA} = \tan \alpha$$

$$OA = \frac{h}{\tan \alpha}$$

$$OA \text{ va \u00eatre parcourue en } \Delta t = \frac{OA}{v} = \frac{h}{v \tan \alpha} = 2,2 \text{ s.}$$

→ a)